# TD-2(Chapitre 2,3)

陈子安

20××.××.××

不是习题课讲义, 只是关于作业反映出来的问题的一些总结.

1. 近似的时候可以善用

$$(1+x)^\alpha - 1 = \alpha x + o(x),$$

如果你懒得求导的话. 但是请注意, 有时候做近似的时候不一定一阶的结果非零, 这时必然需要考虑二阶结果, 比如

$$(1+x)^\alpha + (1-x)^\alpha - 2 = \alpha(\alpha-1)x^2 + o(x^2).$$

更物理地说, 电偶极矩消失时,电四极矩的影响就成为了主要的项.

2. 求解薄球壳电荷分布时要注意,壳内外都有电场. 我们所谓的电像法, 是固定了一套边界条件之后去计算的, 具体而言我们可以列出如下思路:

i. 求解表面电荷的方法是求解内外表面处电场强度, 然后利用边值关系进行计算, 所以问题是怎么求解内外表面电场强度.

ii. 对于内部,由于导体的静电屏蔽效应, 我们只需要根据球内电荷设置电像来求解电场, 球外一概不关心,球的总电量也不需要关心.

iii. 对于外部,由于导体的静电屏蔽效应, 球内的光景即便再过旖旎也不用关心,球内对球外的所有影响只相当于把球内净电荷均匀分布在表面, 然后再根据球外电荷分布额外设置电像来求解电场.

iv. 代入边值关系, 算.

3. 唯一性定理的论述中善用无穷远处的边条件.

4. 关于利用球坐标 Laplace 方程的级数方法来求解场:

i. 先确定我们要写什么场的势, 一般而言常见为 $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$. 计算上为何便利已经在课上足够阐述, 这里额外介绍一种观点, 即这二者都是 1-形式.平时所谓的 $\vec{H} = \vec{B}/\mu$ 实际上是 $H = *B/\mu$, 其中 $*$ 为 Hodge 算子, 而 $B$ 先验是 2-形式, 因为其定义式 (Biot-Savart 定律) 中有外积.于是摆出解的形式, 注意 $\cos\theta$ 外面要套一个 Legendre 多项式.

ii. 考虑所有的边条件, 比如有限处电势不得发散, 无穷远边条件,(如果没外场一般是 $\phi(\infty) = 0$, 否则比如加匀强场就是 $\phi(r, \theta, \varphi) \sim Ar\cos\theta$, 其中 $A$ 是常数,),$\phi$ 在界面上的连续性, 还有 $\vec{D}$ 或 $\vec{B}$ 的法向连续性,注意有时题目中 $\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 的关系不是线性的.

iii. 代入, 算, 解方程. 在边界上时要利用好 $\theta$ 可以随意变化带来的 Legendre 多项式的正交性来得到系数之间的关系.

iv. 留心题目有没有让你解别的物理量, 算一下.

5. 关于小线圈的磁像怎么找, 提供一种方便的想法. 你总会把小线圈视为磁偶极子,而磁偶极子除了小线圈的视角还有小磁铁的视角, 进而你可以视为在南北极各有一些磁荷, 这时就完全类似电荷了, 像电荷一样找完像再写回磁偶极子即可. 以上可以在心里完成, 不需要写出来.

6.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r}\frac{\mathrm{d}\vec{p}(t')}{\mathrm{d}t'}|_{t'=t-r/c}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi cr}\frac{\mathrm{d}^2\vec{p}(t')}{\mathrm{d}t'^2} \times \vec{e}_r$$

$$\vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi cr}\frac{\mathrm{d}\vec{m}(t')}{\mathrm{d}t'} \times \vec{e}_r$$

$$\vec{B}_m = \frac{\mu_0}{4\pi c^2 r}(\frac{\mathrm{d}^2\vec{m}(t')}{\mathrm{d}t'^2} \times \vec{e}_r) \times \vec{e}_r$$

$$\vec{A}_D = \frac{\mu_0}{24\pi cr}\vec{e}_r \cdot \frac{\mathrm{d}^2\vec{\vec{D}}(t')}{\mathrm{d}t'^2}$$

$$\vec{B}_D = \frac{\mu_0}{24\pi c^2 r}(\vec{e}_r \cdot \frac{\mathrm{d}^3\vec{\vec{D}}(t')}{\mathrm{d}t'^3}) \times \vec{e}_r$$